UNIVERZITET U NOVOM SADU

TEHNIČKI FAKULTET "MIHAJLO PUPIN" ZRENJANIN

PRIJEMNI ISPIT ZA ŠKOLSKU 2026/2027.

PROVERA SKLONOSTI - INŽENJERSTVO ZAŠTITE ŽIVOTNE SREDINE

1. Zagađenje vazduha nastalo usled povišene koncentracije gasovitih polutanata, fine prašine i prizemnog ozona naziva se:
   a) Smog
   b) Fotoliza
   c) Inverzija

2. Alotropska modifikacija kiseonika koja sadrži tri atoma kiseonika naziva se:
   a) Ozon
   b) Sumpor-trioksid
   c) Hrom-trioksid

3. Krupne (grube) suspendovane čestice imaju aerodinamični dijametar manji od:
   a) 10 μm
   b) 2.5 μm
   c) 1 μm

4. U kom sloju atmosfere se nalazi ozon koji nas štiti od negatvnog UV zračenja i koji nazivamo ozonski omotač?
   a) Troposfera
   b) Stratosfera
   c) Mezosfera

5. Izlivi u vodene recipijente koji potiču iz cevi, drugog vodotoka ili kanala spadaju u:
   a) Tačkaste izvore zagađenja
   b) Rasute izvore zagađenja
   c) Mobilne izvore zagađenja

6. Monitoring kvaliteta otpadnih voda i opšti monitoring kvaliteta voda podrazumevaju:
   a) Redovno praćenje različitih parametara koji utiču na zdravstvenu ispravnost i ekološku sigurnost voda
   b) Jednokratno uzimanje uzorka vode samo kada dođe do vidljivog zagađenja
   c) Vizuelnu procenu boje i mirisa vode, bez laboratorijskih analiza

7. Preko 97 % Zemljine vode sadržano je u:
   a) Morskim vodama (okeanima)
   b) Rekama i jezerima
   c) Podzemnim vodama

8. Model upravljanja otpadom koji ima za cilj da zatvori krug toka materijala kroz potpunu reciklažu i ponovnu upotrebu materijala, smanjujući negativan uticaj na životnu sredinu naziva se
   a) Linearni model
   b) Cirkularni model
   c) Model bezbednog odlaganja otpada

9. Reciklaža je proces:
   a) Spaljivanja otpadnih materija
   b) Odlaganja otpadnih
   c) Ponovnog korišćenja određenih otpadnih materija

10. Pojam buka podrazumeva:
   a) Svaki neprijatni i nepoželjan zvuk koji se intenzitetom izdvaja od ostalih
   b) Zvučne talase frekvencije manje od 20 Hz
   c) Zvučne talase frekvencije veće od 20 000 Hz

11. Logaritamska jedinica za merenje jačine zvuka i buke je:
   a) Decibel (db)
   b) Herc (Hz)
   c) Kelvin (K)

12. Anaerobni procesi se odigravaju uz:
   a) Prisustvo kiseonika
   b) Odsustvo kiseonika

Универзитет у Новом Саду
Технички факултет "Михајло Пупин" Зрењанин

Пријемни испит, 1. јул 2026.

МАТЕМАТИКА (60)

1. Израчунати $\left(a+\sqrt{2}\right)^3$ и $\left(a-\sqrt{2}\right)^3$, а затим упростити израз $\dfrac{\left(a+\sqrt{2}\right)^3+\left(a-\sqrt{2}\right)^3}{2a}$.

2. (а) Решити квадратну једначину $5x^2-15x+5=0$.

   (б) Одредити вредност параметра m тако да збир квадрата решења дате једначине буде једнак 7: $x^2-3x+2m=1$.

3. Решити једначину: $4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}$.

4. Решити једначину: $-\log_7\dfrac{1}{x}+2\log_{49}x+\log_{\sqrt{7}}x=8$.

5. Доказати $\dfrac{1+\operatorname{tg}x}{\operatorname{tg}x-1}=\dfrac{-1-\sin 2x}{\cos 2x}$,

   а затим решити на интервалу $[0,\pi)$ једначину $\dfrac{1+\operatorname{tg}x}{\operatorname{tg}x-1}=1+\sin 2x$.

Решења:

1. Непосредном применом формуле за куб бинома добијамо:
$(a+\sqrt{2})^3 = a^3 + 3a^2\sqrt{2} + 3a\sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^3 = a^3 + 3\sqrt{2}a^2 + 6a + 2\sqrt{2}$, а затим и
$(a-\sqrt{2})^3 = a^3 - 3\sqrt{2}a^2 + 6a - 2\sqrt{2}$. Настављамо рачун:

$$\frac{\left(a+\sqrt{2}\right)^3 + \left(a-\sqrt{2}\right)^3}{2a} = \frac{a^3 + 3\sqrt{2}a^2 + 6a + 2\sqrt{2} + a^3 - 3\sqrt{2}a^2 + 6a - 2\sqrt{2}}{2a}$$

$$= \frac{2a^3 + 12a}{2a} = a^2 + 6.$$

2. (а) Ову квадратну једначину решавамо на основу познате формуле:
$x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{225-100}}{10} = \frac{5(3\pm\sqrt{5})}{10}$ одакле следи $x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.
(б) За наведену једначину Вијетове формуле гласе: $x_1 + x_2 = 3; x_1x_2 = 2m-1$, па је збир њених корена
$x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9 - 2(2m-1) = 11 - 4m$. Из услова задатка имамо $11 - 4m = 7$, одакле добијамо $m = 1$.

3. Једначину сводимо на еквивалентну једначину

$$4^x + 2^{2x-1} = 3^{x+1/2} + 3^{x-1/2} \leftrightarrow 4^x + \frac{4^x}{2} = 3^x \cdot \sqrt{3} + \frac{3^x}{\sqrt{3}} \leftrightarrow \frac{3\cdot 4^x}{2} = \frac{4\cdot 3^x}{\sqrt{3}}.$$

Одавде имамо $\left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{8}{3\sqrt{3}} = \frac{2^3}{\sqrt{3}^3}$ односно $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3$ одакле добијамо $2x = 3$ и најзад $x = \frac{3}{2}$.

4. Израз са леве стране једначине свешћемо на логаритам са основом 7:

$$-\log_7 \frac{1}{x} + 2\log_{49} x + \log_{\sqrt{7}} x = -\log_7 x^{-1} + 2\log_{7^2} x + \log_{7^{1/2}} x$$

$$= \log_7 x + 2\cdot\frac{1}{2}\log_7 x + \frac{1}{\frac{1}{2}}\log_7 x =$$

$$4\log_7 x,$$

одакле добијамо једначину $4\log_7 x = 8 \leftrightarrow \log_7 x = 2 \leftrightarrow x = 7^2 = 49$.

5. Израз је дефинисан за $\operatorname{tg} x \neq 1$ и $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Рачунамо:

$$\frac{1+\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x - 1} = \frac{1 + \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} - 1} = \frac{\frac{\cos x + \sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x}} = \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x}.$$

Проширујемо разломак изразом $\sin x + \cos x$ и добијамо:

$$\frac{1+\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x - 1} = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + 2\cos x \sin x + \sin^2 x}{-\cos 2x} = \frac{-1 - \sin 2x}{\cos 2x}.$$

На основу доказаног идентитета, једначина се трансформише у облик

$$\frac{-1-\sin 2x}{\cos 2x} = 1 + \sin 2x \leftrightarrow (1+\sin 2x)\cdot\left(1 + \frac{1}{\cos 2x}\right) = 0.$$

Одавде је $\sin 2x = -1$ или $\cos 2x = -1$ Из $\sin 2x = -1$ имамо $2x = \frac{3\pi}{2}$ одакле добијамо решење $x_1 = \frac{3\pi}{4}$. Једнакост $\cos 2x = -1$ даје $2x = \pi$ и решење $x = \frac{\pi}{2}$ које одбацујемо јер његов тангенс није дефинисан.

Универзитет у Новом Саду
Технички факултет "Михајло Пупин" Зрењанин

Пријемни испит, 1. јул 2026.

МАТЕМАТИКА (30, РИ)

1. Решити дате квадратне једначине:

   (а) $2x^2 + 4x - 30 = 0$,

   (б) $x^2 + 2|x| - 15 = 0$.

2. Одредити скуп целобројних решења неједначине $\sqrt{2x - 10} < \sqrt{x + 1}$.

3. Дату једначину решити на интервалу $[0, 2\pi)$: $\cos 2x + 2\cos^2 \dfrac{x}{2} = 1$.

Решења:

1. (а) Директном применом формуле за решавање квадратне једначине добијају се решења
$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+240}}{4} = \frac{-4 \pm 16}{4} \in \{-5, 3\}.$$

   (б) За $x \geq 0$ добијамо једначину $x^2 + 2x - 15 = 0$ која је еквивалентна једначини (a), па су им скупови решења једнаки. Задрзавамо само ненегативно решење $x = 3$. С друге стране, за $x < 0$ имамо једначину $x^2 - 2x - 15 = 0$ која има скуп решења $\{5, -3\}$ из кога прихватамо само $x = -3$. Стога је скуп решења наше једначине $\{3, -3\}$.

2. Неједначина је дефинисана за $2x - 10 \geq 0 \wedge x + 1 \geq 0 \leftrightarrow x \geq 5$. Пошто су у области дефинисаности обе стране неједначине ненегативне, можемо је квадрирати.

   Добијамо: $2x - 10 < x + 1 \leftrightarrow x < 11$. Уз услов $x \geq 5$ добијамо за област решења $[5, 11)$, што даје целобројна решења:5,6,7,8,9,10.

3. Из $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ замењујући $\alpha = \frac{x}{2}$ добијамо $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$. Једначина се стога своди на $\cos 2x + \cos x = 0$ одакле $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$. Смењујући $\cos x = t$ добијамо квадратну једначину чија су решења $t \in \{-1, \frac{1}{2}\}$. Из $\cos x = -1$ имамо једино решење $x_1 = \pi$ на $[0, 2\pi)$, док једначина $\cos x = \frac{1}{2}$ има решења $x_2 = \frac{\pi}{3}$ и $x_3 = \frac{5\pi}{3}$.